

Klassenarbeit zum Thema „Wachstum“

1. Eine Schachtel enthält 2 rote, 3 gelbe und 4 blaue Kugeln.

Der Zufallsversuch soll zweistufig sein, d.h. Lisa zieht blind zweimal hintereinander eine Kugel. Gezogene Kugeln werden nicht in die Schachtel zurückgelegt.

- a) Stellen Sie den zweistufigen Zufallsversuch in einem Baumdiagramm dar.
b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass zweimal hintereinander eine rote Kugel gezogen wird?

(2 Punkte)

2. Berechnen Sie den Exponenten n über den Logarithmus.

$$18^n = 6,7466406 \cdot 10^{18}$$

(1 Punkt)

3. Bestimmen Sie den Wachstumsfaktor q .

- | | |
|---------------|---------------|
| a) 1% _____ | b) 25% _____ |
| c) 75% _____ | d) 0,5% _____ |
| e) -10% _____ | f) -56% _____ |

(3 Punkte)

4. Bestimmen Sie die Wachstumsrate $p\%$.

- | | |
|--------------|---------------|
| a) 1,4 _____ | b) 1,19 _____ |
| c) 1,5 _____ | d) 1,08 _____ |
| e) 0,6 _____ | f) 0,24 _____ |

(3 Punkte)

5. In einem großen See befinden sich 20 Forellen.

Man nimmt an, dass die Zahl der Forellen in den nächsten Jahren stets um 25 % steigt.

- a) Nach wie vielen Jahren hat sich der Forellenbestand verdreifacht?
Stellen Sie als Hilfe eine Wertetabelle auf.
- b) Machen Sie Ihre Berechnungen über den Logarithmus, nach wie vielen Jahren sich der Forellenbestand verdreifacht hat.
- c) Wie hoch ist der Forellenbestand nach 12 Jahren?
- d) Stellen Sie das exponentielle Wachstum innerhalb dieser 12 Jahre in einem Koordinatensystem dar.

(5 Punkte)

6. Der Darmbereich eines Mannes, der in den Tropen Urlaub macht, wird durch 1000 Cholera-Bakterien infiziert.

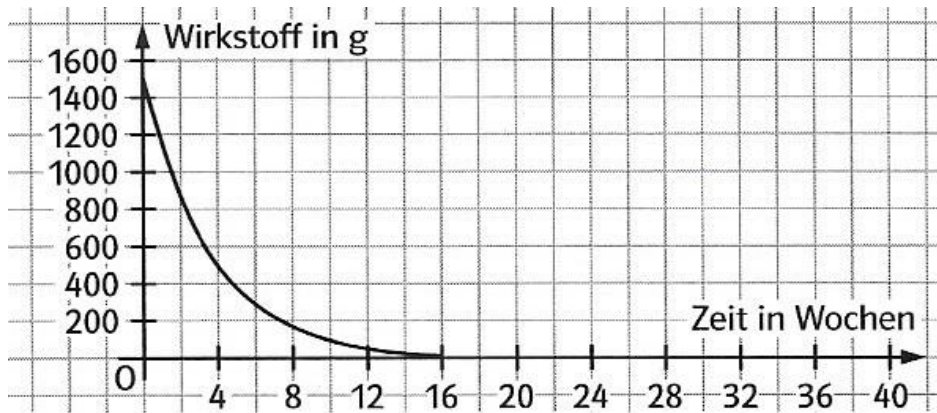
Nach 30 min hat sich die Anzahl der Cholera-Bakterien verdoppelt.

Wie viele Bakterien befinden sich nach einem Tag im Darm?

Stellen Sie Ihren Rechenweg ausführlich dar.

(2 Punkte)

7. Auf einen Rasen wird 1,5 kg Rasendünger verarbeitet. Im Laufe der Wochen nimmt die Konzentration des Rasendüngers ab.
Nach 16 Wochen sind nur noch 20,6 g nachweisbar?



- a) Entscheiden Sie, welche Entwicklung hier dargestellt ist. (Mit Begründung!)
(Exponentielles Wachstum? Lineares Wachstum? Exponentielle Abnahme?
Lineare Abnahme?)

- b) Berechnen Sie den Wachstumsfaktor q .

(2 Punkte)

8. Die Bevölkerung einer Stadt nimmt jährlich um 2,3 % zu.
Zurzeit hat die Stadt 12 Millionen Einwohner.

- a) Wie viele Einwohner waren es vor 10 Jahren?
b) Wie viele Einwohner werden es in 10 Jahren sein?

(2 Punkte)

9. Ein Baum wird in den Garten gepflanzt. Zu diesem Zeitpunkt ragt er um 1 m aus dem Boden heraus.

- a) Nach wie vielen Jahren ist der Baum 5 m hoch, wenn er durchschnittlich im Jahr um 10 cm wächst? Stellen Sie Ihren Rechenweg sauber dar.

- b) Die Aufgabe wurde in Excel zur Berechnung eingegeben.

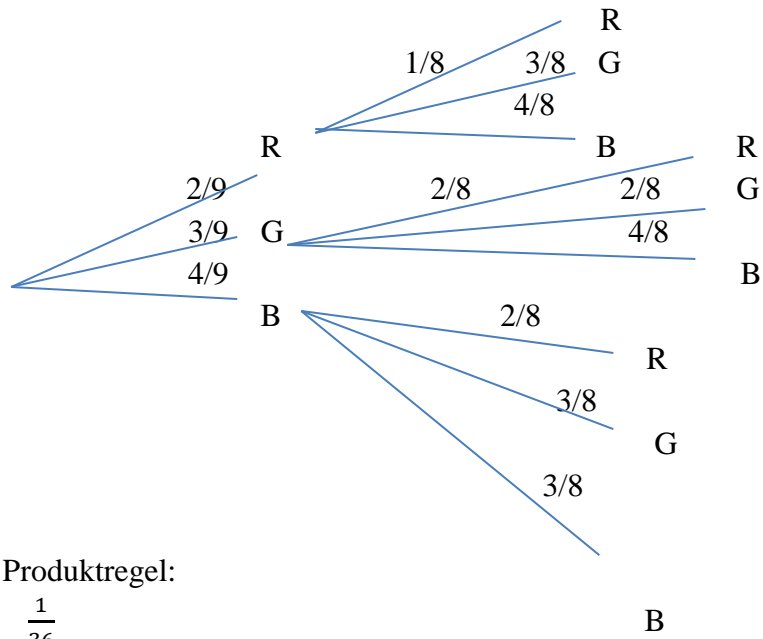
	A	B	C	D
1	n (Jahr)	Wo (m)	a (Änderungsrate pro Jahr (m))	Wn (m)
2	0	1	0,1	
3	1			
4	2			
5	3			
6	4			
7	5			

Welche Formel muss man zur Berechnung in die Zelle D2 eingeben, die man dann anschließend mit der Maus nach unten ziehen kann.

(2 Punkte)

Lösungen:

1. a) Baumdiagramm



b) Berechnung mit der Produktregel:

$$P(RR) = \frac{2}{9} \cdot \frac{1}{8} = \frac{1}{36}$$

2. $\log_{18} 6,7466406 \cdot 10^{18} = 15$ $n=15$

3. a) 1,01 b) 1,25
 c) 1,75 d) 1,005
 e) 0,9 f) 0,44

4. a) +40 % b) +19 %
 c) +50 % d) +8 %
 e) -40 % f) -76 %

5. a) $W_0 = 20$, $q = 1,25$

n	$W_n = W_0 \cdot q^n$
0	$W_0 = 20$
1	$W_1 = 25$
2	$W_2 = 31,25$
3	$W_3 = 39,0625$
4	$W_4 = 48,828$
5	$W_5 = 61,035$

Nach 5 Jahren hat sich der Forellenbestand verdreifacht.

$$b) W_n = W_0 \cdot q^n$$

$$\frac{W_n}{W_0} = q^n$$

$$q^n = \frac{W_n}{W_0}$$

$$1,25^n = 3$$

Berechnung von n:

$$\log_{1,25} 3 = 4,9233$$

$$\begin{aligned} c) W_{12} &= W_0 \cdot q^{12} \\ &= 20 \cdot 1,25^{12} \\ &\approx \underline{\underline{291}} \end{aligned}$$

6. Gegeben: $W_0 = 1000$,
 $q = 2$

Ein Zeitabschnitt n beträgt 30 min. In einen Tag gibt es also 48 Zeitabschnitte.

$$W_n = W_0 \cdot q^n$$

$$\begin{aligned} W_{48} &= 1000 \cdot 2^{48} \\ &= 2,8147497 \cdot 10^{17} \end{aligned}$$

7. a) Exponentielle Abnahme

$$b) W_{16} = W_0 \cdot q^{16}$$

$$\frac{W_{16}}{W_0} = q^{16}$$

$$\frac{20,6}{1500} = q^{16}$$

$$0,01373 = q^{16} \quad | \sqrt[16]{\quad}$$

$$\sqrt[16]{0,01373} = q$$

$$\underline{\underline{0,765 \approx q}}$$

8. a) $q = 1,023$

$$W_{10} = W_0 \cdot 1,023^{10}$$

$$12 \text{ Mio} = W_0 \cdot 1,023^{10}$$

$$\frac{12 \text{ Mio}}{1,023^{10}} = W_0$$

$$\underline{\underline{9,559273975 \text{ Mio} = W_0}}$$

$$b) W_{20} = W_0 \cdot 1,023^{20}$$

$$W_{20} = 9,559273975 \cdot 1,023^{20}$$

$$= \underline{\underline{15,06390552 \text{ Mio}}}$$

9. a) Nach 40 Jahren

$$W_n = W_0 + m \cdot n \quad (\text{Lineare Zunahme mit der Änderungsrate } m = 0,1)$$

$$5m = 1m + 0,1m \cdot n \quad | - 1m$$

$$5m - 1m = 1m - 1m + 0,1m \cdot n$$

$$4m = 0,1m \cdot n \quad | : 0,1m$$

$$4m : 0,1m = 0,1m : 0,1m \cdot n$$

$$\underline{\underline{40 = n}}$$

b) = $\$B\$2+\$C\$2*A2$